Муниципальный этап школьников по математике за 8 класс.

Максимальное время выполнения заданий: 235 минут.
Все задания оцениваются из 20 баллов.

1. Можно ли расположить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 в некотором порядке так, чтобы сумма каждых двух соседних чисел была простым числом? *(Натуральное число, большее единицы, называется простым, если оно имеет ровно два натуральных делителя: один и само себя.)*

2. Дан квадрат $ABCD$. На продолжении стороны AD за точку A выбрана точка X такая, что $\angle DCX = 60°$. M — середина CX. Найдите угол CBM.

3. На доске записано некоторое натуральное число. Андрей и Серёжа играют в игру, первым ходит Андрей. В свой ход игрок заменяет текущее число m либо на $m^2 + 1$, либо на $2m - 1$. Игрок, **после хода** которого число становится кратным 5, немедленно выигрывает. Игра может продолжаться бесконечно, если никто не может гарантировать выигрыш. Сколько существует натуральных чисел $n \leqslant 100$ таких, что если в начале на доске написано число n, то Андрей может выиграть, как бы ни играл его соперник?

4. Неотрицательные числа удовлетворяют условию $x + y + z = 1$. Докажите, что $x^2 + y^2 + z^2 + 6xyz \geqslant 1$.

5. На доске выписано 100 необязательно различных чисел. Для каждого из $2^{100} - 1$ способов выбрать набор из нескольких выписанных чисел Дима записал в тетрадку сумму чисел в выбранном наборе. Какое наибольшее количество из выписанных чисел могут быть равны 1?

Например, если бы на доске были написаны числа −1, 2, 2, то в тетради были бы записаны: 3 один раз, 4 один раз, 2 два раза, −1 один раз, 1 два раза. Итого 2 единицы.