

11 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 235 мин.
Все задания по 7 баллов.

11.1. Какое наибольшее число параллелепипедов $3 \times 1 \times 1$ можно вырезать из куба $5 \times 5 \times 5$?

11.2. Существует ли квадратный трёхчлен с различными корнями x_1 и x_2 и ненулевыми коэффициентами такой, что если переставить какие-то два его коэффициента, получится квадратный трёхчлен с корнями x_1 и $2x_2$?

11.3. Найдите все натуральные решения уравнения $n! = 3^a + 3^b$. (Факториалом натурального числа n называется произведение $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.)

11.4. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ выбраны точки E и F соответственно так, что точки E , F и точки пересечения прямых CE и BF с прямой AD лежат на одной окружности. Докажите, что точки E , F и точки пересечения прямых DE и AF с прямой BC лежат на одной окружности.

11.5. Можно ли натуральные числа от 1 до 2021 раскрасить в 22 цвета так, чтобы для любых четырёх различных одноцветных чисел a , b , c и d **не** выполнялось равенство $a + b = c + d$?