

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
(ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП)
возрастная группа (8 класс)

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 90 минут.

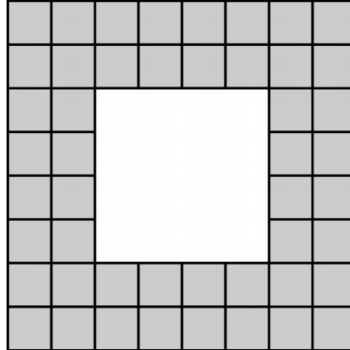
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Максимальное количество баллов – 35. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

Вариант 1

8.1. Рамка размером 8×8 , изображенная на рисунке, имеет ширину в две клетки и содержит 48 клеток. Сколько клеток содержит рамка размером 255×255 , имеющая ширину в две клетки?



8.2. Найдите все тройки положительных чисел, для которых выполнено равенство $a^2(a-2) + b^2(b-2) + c^2(c-2) = 2a(a-2) + 2b(b-2) + 2c(c-2)$.

8.3. Настя заменяет в двух числах одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные цифры – разными буквами. Получилось, что число $\overline{АВВБАБ}$ делится на 4, а $\overline{БДЕБА}$ делится на 28. Найдите две последние цифры суммы $\overline{АВВБАБ} + \overline{БДЕБА}$.

8.4. На биссектрисе угла KLM отмечена точка P , а на отрезке LP выбрана точка Q , причем $\angle MQP = 90^\circ$. Известно, что $PQ = 1$, $KL = 2$, $LQ = 3$ и $LM = 4$. Докажите, что треугольник KMP – равнобедренный.

8.5. За круглым столом сидят 13 человек, каждый из которых либо правдивец, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт, либо чужак. Про чужаков известно, что правду они говорят только чужакам, а всем остальным лгут. Любые двое сидящих рядом сказали друг другу: «Ты не правдивец». Сколько лжецов могло сидеть за столом, если известно, что их было больше, чем чужаков?

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
(ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП)
возрастная группа (8 класс)

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 90 минут.

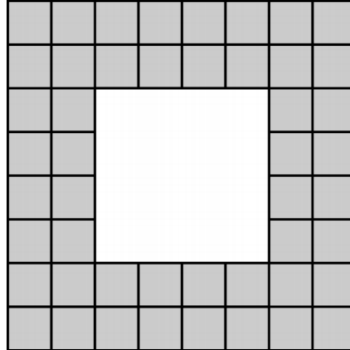
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Максимальное количество баллов – 35. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

Вариант 2

8.1. Рамка размером 8×8 , изображенная на рисунке, имеет ширину в две клетки и содержит 48 клеток. Сколько клеток содержит рамка размером 257×257 , имеющая ширину в две клетки?



8.2. Найдите все тройки положительных чисел, для которых выполнено равенство $a^2(a-1) + b^2(b-1) + c^2(c-1) = a(a-1) + b(b-1) + c(c-1)$.

8.3. Настя заменяет в двух числах одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные цифры – разными буквами. Получилось, что число $\overline{АБВГДА}$ делится на 4, а $\overline{ДЕЖАД}$ делится на 36. Найдите две последние цифры суммы $\overline{АБВГДА} + \overline{ДЕЖАД}$.

8.4. Внутри угла LKM выбрана точка P , что $\angle KPM = 90^\circ$ и $\angle LKP = \angle MKP$. На продолжении отрезка KP за точку P отмечена такая точка Q , что $PQ = 1$. Оказалось, что $KL = 3$, $KP = 4$ и $KM = 5$. Докажите, что треугольник LQM равнобедренный.

8.5. За круглым столом сидят 15 человек, каждый из которых либо правдивец, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт, либо чужак. Про чужаков известно, что правду они говорят только чужакам, а всем остальным лгут. Любые двое сидящих рядом сказали друг другу: «Ты не правдивец». Сколько лжецов могло сидеть за столом, если известно, что их было не четверо и больше, чем чужаков?