11 класс

Максимальное время для решения 230 минут

Задача 1 (10 баллов)

Кислород массой $m_к$=64*10^{-3} находится в закрытом сосуде при нормальных условиях (температура T_0=27 С, давление p_0=10^5 Па). В этот сосуд дополнительно помещают алюминиевую шайбу массой $m_ш$=0,1 кг, нагретую до температуры $Tш$=327 С. Через некоторое время в сосуде наступает тепловое равновесие. Определите давление кислорода и его температуру после установления теплового равновесия. Удельная теплоёмкость алюминия c_a=950 Дж/(кг·К), молярная масса кислорода Мк=32 г/моль. Теплообмена с окружающей средой не происходит.

Вариант решения

Количество теплоты, принятое кислородом при изохорном процессе: $Q = \Delta U = \frac{5}{2}\frac{m_к}{M_к}R(T_1 - T_0)$

Количество теплоты, отданное шайбой: $Q = c_а m_ш(T_ш - T_1)$

Приравнивая отданное и принятое количество теплоты, выразим T_1

$$T_1 = \frac{\frac{5}{2}\frac{m_к}{M_к}RT_0 + c_а m_ш Т_ш}{\frac{5}{2}\frac{m_к}{M_к}R + c_а m_ш} = 505\ K$$

Давление найдем из условия изохорного процесса $p_1 = p_0\frac{T_1}{T_0} = 1{,}68\ \cdot 10^5$ Па

Критерии оценивания

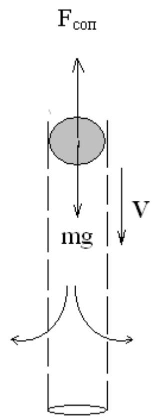
Записано первое начало термодинамики при изохорном процессе	3 балла
Записано уравнение теплового баланса	3 балла
Определена температура после установления теплового равновесия	2 балла
Определено давление после установления теплового равновесия	2 балла

Задача 2 (10 баллов)

Определение плотности воздуха вблизи Земли возможно следующим способом: с большой высоты бросают вниз шарик известной массы $\boldsymbol{M}$ и известным диаметром $\boldsymbol{d}$. Затем измеряют установившуюся (постоянную) скорость $\boldsymbol{v}$ падения. Определите плотность $\boldsymbol{\rho}$ воздуха по имеющимся данным. Действием силы Архимеда пренебречь.

Вариант решения.

При постоянной скорости падения сила сопротивления воздуха равна силе тяжести: Mg=$F_{соп}$. Силу сопротивления найдем, рассматривая движения шарика внутри выделенного цилиндра. При движении шарик вытесняет воздух из цилиндра со скоростью ***v***, совершая при этом работу по изменению кинетической энергии вытесненной массы воздуха $m_в$



$$A = \frac{m_в v^2}{2}$$

С другой стороны, работу определим как A=$F_{соп}$·L, где L – расстояние, пройденное шариком.

Масса воздуха $m_в = \rho V$

Объём вытесненного воздуха $V = L\frac{\pi d^2}{4}$

Подставляя массу воздуха и объем в формулу для работы, выразим плотность воздуха:

$$\rho = \frac{8Mg}{\pi d^2 v^2}$$

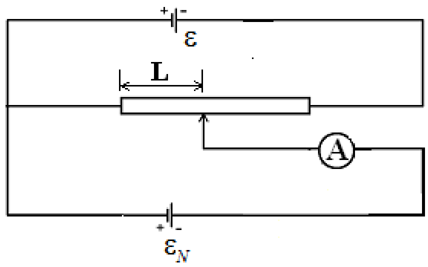
Критерии оценивания

Сделан рисунок, на рисунке правильно расставлены приложенные к шарику силы	2 балла

Определены выражения для работы силы сопротивления воздуха	3 балла
Записаны выражение для нахождения массы и объема вытесняемого воздуха	3 балла
Записано окончательное выражение для плотности воздуха	2 балла

Задача 3 (10 баллов)

Два источника тока включены в электрическую цепь как показано на рисунке ($\varepsilon > \varepsilon_N$). В случае, когда левое плечо реохорда соответствует L_1=15 см, амперметр показывает силу тока I=0А. В какую сторону и насколько необходимо сдвинуть движок реохорда, при замене источника тока с ЭДС ε_{N1}=10В на ЭДС ε_{N2}=5В, чтобы амперметр снова показывал значение тока I=0А?



Вариант решения

Амперметр показывает I=0 когда напряжение на ε_N такое же как напряжение между точками ВС.

В первом случае $\varepsilon_{N1}=U_{BC}=I_1R_1=I_1\rho L_1/S$

Во втором случае $\varepsilon_{N2}=U_{BC}=I_2R_2=I_2\rho L_2/S$

$$\frac{\varepsilon_{BC1}}{\varepsilon_{BC2}}=\frac{I_1}{I_2}\frac{L_1}{L_2}$$

Ток по ветке, содержащей амперметр в обоих случаях, не идет, следовательно, $I_1 = I_2$

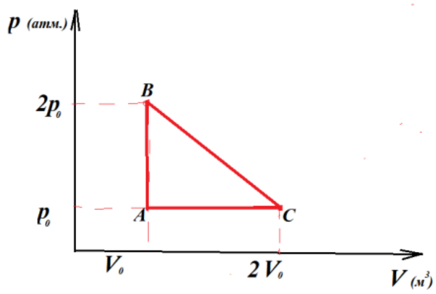
$L_2 = L_1\frac{\varepsilon_{N2}}{\varepsilon_{N1}}$ =7,5 см.

Движок реохорда нужно сдвинуть влево на 7,5 см.

Критерии оценивания

Показано условие $\varepsilon_{N2}=U_{BC}$	3 баллов
Показано, что ток через реохорд одинаковый	3 баллов
Определено направление смещения движка реохорда	2 балла
Определено расстояние, на которое необходимо сместить движок реохорда	2 балла

Задача 4 (10 баллов)



Определите КПД цикла АВСА, который совершает идеальный одноатомный газ.

Вариант решения

Работа газа за цикл определяется площадью, ограниченной треугольником $A=\frac{1}{2}p_0V_0$. На участке АВ тепло подводится и $Q_{AB}=U_B-U_A=\frac{3}{2}\cdot 2p_0V_0-\frac{3}{2}p_0V_0=\frac{3}{2}p_0V_0$. На участке ВС давление падает, объем растет, а температура до некоторой точки D растет, а потом падает, возвращаясь в точке С к первоначальному значению (как в точке В). Значит на участке BD тепло подводится к газу, а на участке DC - отводится от газа. Для малого количества теплоты первый закон термодинамики запишется: $\Delta Q=\Delta U+p\Delta V=\Delta\left(\frac{3}{2}pV\right)+p\Delta V=\frac{5}{2}p\Delta V+\frac{3}{2}V\Delta p$. Приравниваем ΔQ к нулю, получаем $\frac{\Delta p}{\Delta V}=-\frac{3}{5}\frac{p}{V}$. Из графика найдем $\frac{\Delta p}{\Delta V}=-\frac{p_0}{V_0}$, таким образом $\frac{p_0}{V_0}=\frac{5}{3}\frac{p}{V}$. Уравнение прямой

BC запишется по двум известным точкам: $p=-\frac{p_0}{V_0}V+3p_0$. Так, для координат точки D получаем значения давления и объема $p_1=\frac{9}{8}p_0$, $V_1=\frac{15}{8}V_0$. Находим количество теплоты, полученное газом на участке BD

$Q_{BD}=(U_D-U_B)+\frac{1}{2}(2p_0+p_1)(V_1-V_0)=\frac{3}{2}p_1V_1-\frac{3}{2}\cdot 2p_0V_0+\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{25}{8}p_0V_0=\frac{49}{32}p_0V_0$. Подведенное количество теплоты $Q_1=Q_{AB}+Q_{BD}=\frac{3}{2}p_0V_0+\frac{49}{32}p_0V_0=\frac{97}{32}p_0V_0$, и КПД цикла $\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{(1/2)p_0V_0}{(97/32)p_0V_0}=\frac{16}{97}\approx 16{,}5\ \%$.

Критерии оценивания

Определено количество теплоты на участке AB	2 балла
Определено уравнение прямой BC	2 балла
Определено значение давления в точке D	2 балла
Определено значение объема в точке D	2 балла
Определено количество теплоты на участке BD	1 балл
Определено КПД цикла	1 балл

Задача 5 (15 баллов)

Параллельно соединили 2021 резистор. Соединение резисторов подчиняется следующему алгоритму: сопротивление первого 1 Ом, второго 2 Ом, третьего 4 Ом, и сопротивление каждого последующего резистора в два раза больше предыдущего. Рассчитайте общее сопротивление получившейся цепи. Сколько резисторов можно оставить в цепи, чтобы ее сопротивление изменилось не более чем на 10 %?

Вариант решения

Запишем формулу для общего сопротивления N параллельных резисторов

$$\frac{1}{R_{об}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\dots\dots+\frac{1}{R_N}$$

$$\frac{1}{R_{об}}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\dots\dots+\frac{1}{R_N}$$

Данная формула соответствует формуле геометрической прогрессии, где

$$b_{n+1}=b_n\cdot q$$

$$b_1=1, q=\frac{1}{2}$$

Сумма n членов геометрической прогрессии равна:

$$S_n=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$$

Примем: $(\frac{1}{2})^{2021}=0$, тогда $Sn=\frac{1}{R_{общ}}=2$, следовательно, $R_{общ}=\frac{1}{2}$

Чтобы сопротивление цепи изменилось на 10%, сумма геометрической прогрессии должна равняться 1,8. Способом простого суммирования слагаемых получаем $\frac{1}{R_{об}}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ =1,875

Тогда можно сделать вывод, что достаточно ограничиться всего первыми четырьмя сопротивлениями.

Критерии оценивания:

Записано уравнение для сопротивления параллельного соединения проводников	2 балла
Выявлена геометрическая прогрессия	2 балла
Записана формула суммы n членов геометрической прогрессии	2 балла
Рассчитано сопротивление цепи из 2021 резистора	2 балла
Рассчитано минимальное количество резисторов, которые необходимо оставить в цепи, чтобы сопротивление уменьшилось не более, чем на 10 %.	2 балла